

TEMA: POLÍGONOS Y ÁNGULOS.

- POLÍGONOS REGULARES.

POLÍGONOS

Un polígono es una figura cerrada cuyos lados son segmentos. La palabra polígonos se puede interpretar como: figura de muchos ángulos.

Los triángulos, por ejemplo son polígonos de tres lados. Los cuadrados, rectángulos, paralelogramos, rombos, romboides y trapecios son también polígonos (en este caso son polígonos de cuatro lados).

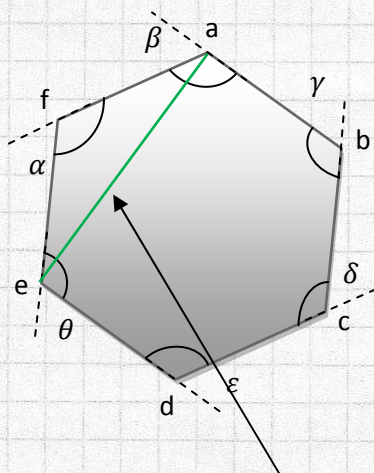
Los polígonos llevan distintos nombres según la cantidad de lados que tengan. La tabla que vemos a continuación indica los nombres para cada polígono.

<i>Cantidad de lados del polígono</i>	<i>Nombre</i>
3	Triángulo
4	Cuadrilátero
5	Pentágono
6	Hexágono
7	Heptágono
8	Octógono
9	Eneágono
10	Decágono
11	Undecágono
12	Dodecágono
20	Icoságono

Cuando tenemos polígonos de muchos lados, también podemos nombrarlos de la siguiente forma, por ejemplo:

Cantidad de lados: 17

Lo indicamos diciendo: polígono de 17 lados.



Diagonal: es el segmento que uno dos vértices no consecutivos.

Los puntos a, b, c, d, e y f son los vértices del polígono.

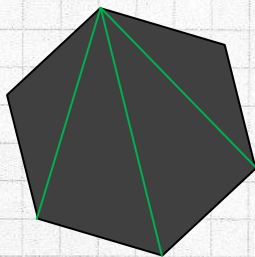
Cada uno de los segmentos $\overline{ab}$, $\overline{bc}$, $\overline{cd}$, $\overline{de}$, $\overline{ef}$ y $\overline{fa}$ conforman los lados del polígono.

Los ángulos $\hat{a}$, $\hat{b}$, $\hat{c}$, $\hat{d}$, $\hat{e}$ y $\hat{f}$ son los ángulos interiores del polígono mientras que los ángulos $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$, $\hat{\epsilon}$ y $\hat{\theta}$ corresponden a los ángulos exteriores del polígono.

POLÍGONOS CONVEXOS

Al trabajar con polígonos simbolizaremos la cantidad de ángulos interiores y exteriores, la cantidad de lados y la cantidad de vértices utilizando la letra ***n*** según corresponda.

La cantidad de diagonales que se pueden dibujar desde un vértice, se calcula haciendo la siguiente cuenta: ***n-3*** (*cantidad de lados del polígono menos tres*).

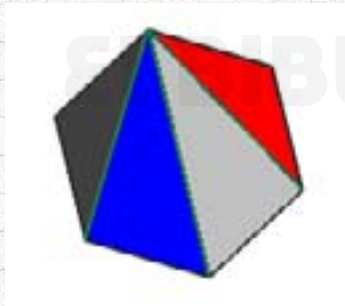


Para el hexágono: ***n = 6***.

$$n - 3 = 6 - 3 = 3$$

La cantidad de diagonales por vértice es **3**.

La cantidad de triángulos que se pueden formar dentro de un polígono es igual a ***n-2***.

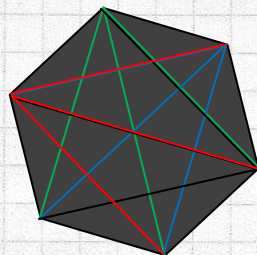


Para el hexágono: ***n = 6***.

$$n - 2 = 6 - 2 = 4$$

La cantidad de triángulos es **4**.

La cantidad de diagonales que tiene un polígono en total es igual a $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$.



Para el hexágono: ***n = 6***.

$$\frac{n \cdot (n-3)}{2} = \frac{6 \cdot (6-3)}{2} = 9$$

La cantidad de diagonales en el polígono es **9**.

SUMA DE LOS ANGULOS INTERIORES DE UN POLÍGONO

Para calcular el valor de la suma de los ángulos interiores de un polígono, podemos comenzar dibujando todas las diagonales que se puedan trazar desde uno de los vértices, dividiendo de

esta forma al polígono en triángulos. Luego, recordando que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es igual a 180° , sumamos tantas veces 180° como triángulos tengamos dentro de la figura. Razonando de esta forma llegamos la siguiente expresión:

$$180^\circ \cdot (n - 2) = \text{Suma de los ángulos interiores del polígono}$$

Suma de los ángulos interiores de un triángulo.

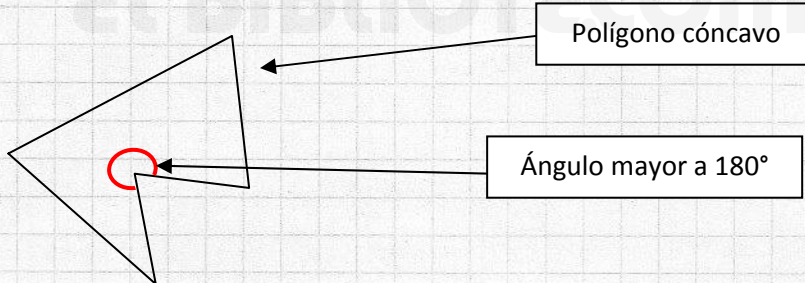
Cantidad de triángulos adentro del polígono.

La suma de los ángulos exteriores en todo polígono convexo es siempre 360° .

POLÍGONOS CONCAVOS

Un polígono cóncavo es aquel, en el cual, podemos encontrar al menos un ángulo interior mayor a 180° .

Vemos un ejemplo:

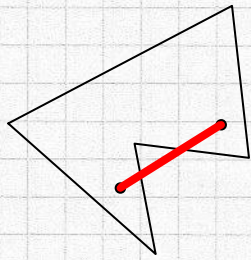


Otra forma que tenemos para diferenciar entre un polígono cóncavo y uno convexo es la siguiente:

Marcamos dos puntos dentro del polígono y luego los unimos con una línea recta.

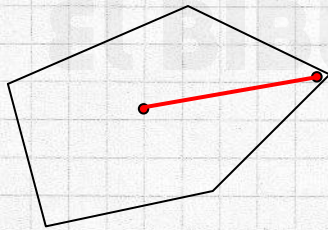
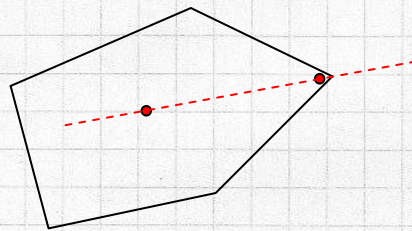
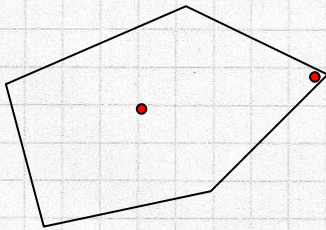
Si la línea queda contenida completamente dentro de la figura, entonces, el polígono es convexo, de lo contrario es cóncavo.





Como vemos en el dibujo, al trazar la línea, no queda contenida completamente dentro del polígono. Por lo tanto, se trata de un **polígono cóncavo**.

Polígono cóncavo:



En este polígono, sea donde sea que ubiquemos el par de puntos, el segmento que se forma queda contenido completamente dentro de la figura. Por lo tanto, el polígono es convexo.

POLÍGONOS REGULARES

Los polígonos regulares son aquellos que tienen todos sus lados y ángulos interiores iguales.

En todo polígono regular, cada ángulo interior es igual a la suma de los ángulos interiores dividido la cantidad de lados.

$$\frac{180^\circ (n - 2)}{n}$$

Por otro lado, cada ángulo exterior es igual a $360^\circ : n$.

ANGULO CENTRAL DE UN POLÍGONO

Para calcular el ángulo central de un polígono regular debemos tomar al ángulo de 360° (un giro) y dividirlo por la cantidad de lados que tiene el polígono.

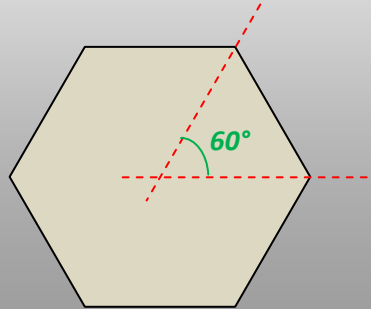
$$\text{Ángulo central} = 360^\circ : n$$

Por ejemplo, si queremos calcular el ángulo central de un hexágono debemos seguir estos pasos:

$$n = 6$$

$$360^\circ : 6 = 60^\circ$$

$$\text{Ángulo central} = 60^\circ$$



Construcción de polígonos regulares

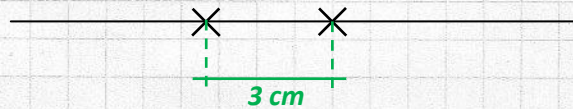
Todo polígono regular se puede dibujar dentro de una circunferencia, es decir, que queda inscripto dentro de ella.

¿Cuáles son los pasos a seguir para dibujar correctamente un determinado polígono?

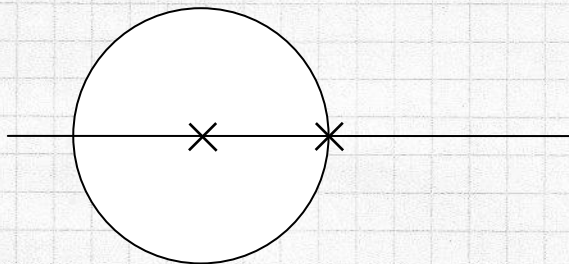
Veamos el procedimiento con un ejemplo:

Construir un hexágono regular inscripto en una circunferencia de 3 cm de radio.

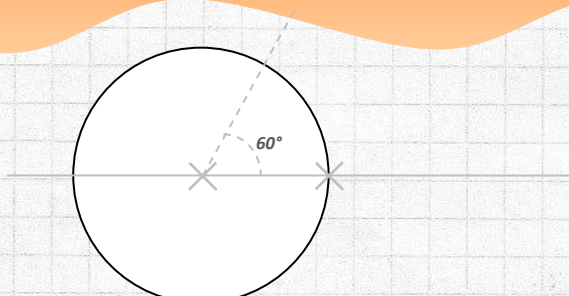
Primer paso: en principio podemos trazar una línea sobre la cual marcaremos un segmento de 3 cm, medida que corresponde justamente al radio de la circunferencia.



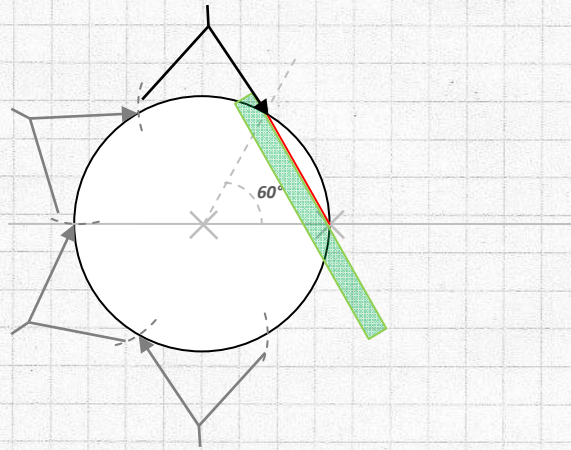
Segundo paso: pinchamos en uno de los extremos del segmento y tomando la medida del mismo con el compás, dibujamos una circunferencia.



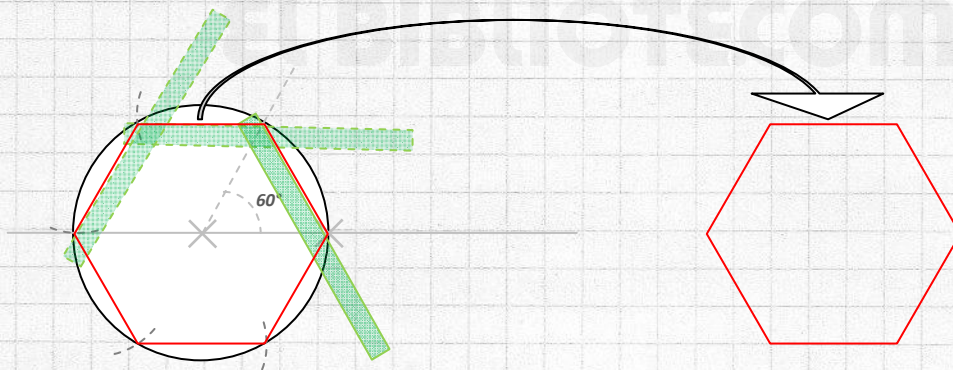
Tercer paso: calculamos el ángulo central correspondiente al polígono que se quiere dibujar. En este caso, el polígono es un hexágono y como ya sabemos el ángulo central correspondiente a esta figura tiene un valor de 60° ($360^\circ : 6 = 60^\circ$). A continuación, marcamos este ángulo en la circunferencia.



Cuarto paso: entre los lados que forman el ángulo y la circunferencia se producen dos intersecciones, entonces, tomamos la regla y unimos con una línea estos dos puntos (con esto dibujamos uno de los lados del polígono). Ahora tomando la medida de este segmento (lado del polígono) con el compás, nos ubicamos en uno de los extremos del mismo y marcamos, a lo largo de toda la circunferencia, esa misma longitud hasta completar toda la vuelta.



Quinto paso: finalmente con la regla completamos el dibujo.



EJERCICIO 1

- Construir un pentágono regular, el cual se encuentre inscripto dentro de una circunferencia de radio 2 cm.
- Dibujar un cuadrado, inscripto en una circunferencia de diámetro igual a 8 cm.
- Dibujar un octógono regular, inscripto en una circunferencia de 10 cm de diámetro.

EJERCICIO 2

Calcular el valor de cada ángulo interior de los siguientes polígonos regulares, el ángulo central y la cantidad total de diagonales.

EJEMPLO

Calculamos lo pedido en el enunciado, utilizando un eneágono (polígono de 9 lados).



n : cantidad de lados que tiene el polígono.

$$n = 9$$

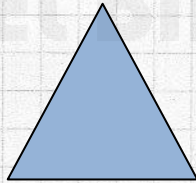
$360^\circ : n$ Ángulo central

$$360^\circ : 9 = 40^\circ$$

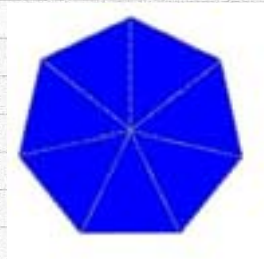
$\frac{n \cdot (n-3)}{2}$ Cantidad total de diagonales.

$$\frac{9 \cdot (9-3)}{2} = 27$$

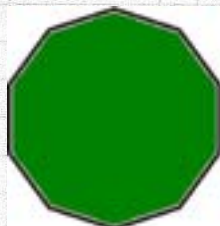
a)



b)



c)



POLÍGONOS IRREGULARES

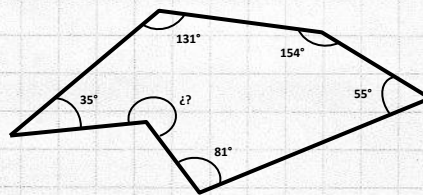
Los **polígonos irregulares** son aquellos que tienen sus lados y ángulos interiores distintos. Los vértices de un polígono irregular no se pueden dibujar dentro de una circunferencia, es decir, **los vértices no quedan inscriptos en la circunferencia**.

A continuación vemos algunos ejemplos:

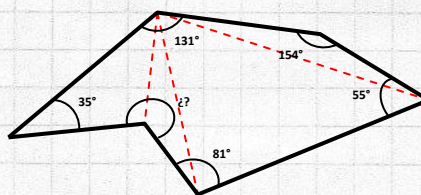


EJERCICIO: Dibujar un decágono irregular (elegir las longitudes de cada uno de sus lados).

¿Cómo podemos calcular el ángulo faltante en un polígono irregular?



Lo primero que haremos será dividir el polígono en triángulos trazando todas las diagonales posibles desde uno de los vértices de la figura.



Sabiendo que la suma de los ángulos interiores de cualquier triángulo es 180° , podemos calcular el valor de la suma de los ángulos interiores del polígono. Como dentro de la figura se formaron 4 triángulos, entonces, si sumamos 4 veces 180° obtendremos el valor de la suma de los ángulos interiores del polígono.

$$180^\circ + 180^\circ + 180^\circ + 180^\circ = 4 \times 180^\circ = 720^\circ$$

Ahora sabemos que la suma de todos los ángulos interiores debe dar 720° , así que procedemos a sumar todos los valores de los ángulos interiores hasta completar 720° . De esta forma, podemos averiguar cuál es el valor del ángulo faltante.

$$131^\circ + 154^\circ + 55^\circ + 81^\circ + X + 35^\circ = 720^\circ$$

Si hacemos las cuentas, nos damos cuenta rápidamente que el valor del ángulo faltante es:

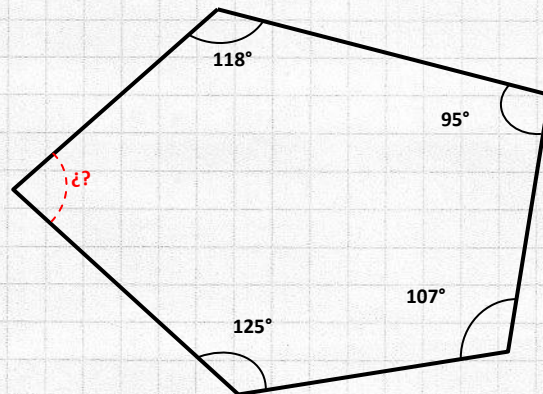
$$X = 264^\circ$$

Respuesta: el ángulo faltante tiene un valor de 264° .

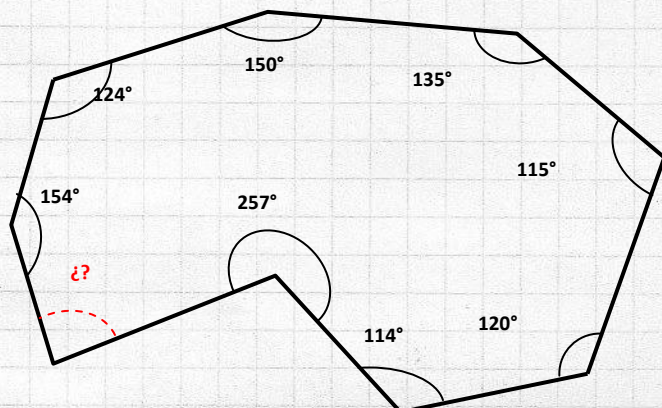
EJERCICIO 1

Averiguar el valor del ángulo faltante en las siguientes figuras:

a)

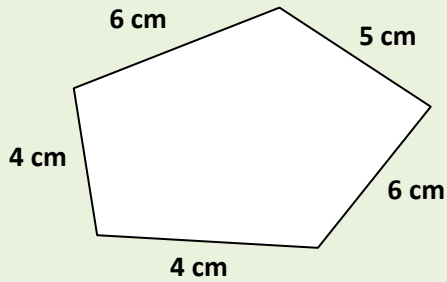


b)



PERÍMETRO DE UN POLÍGONO

En todo polígono, el perímetro es igual a la suma de todos sus lados.

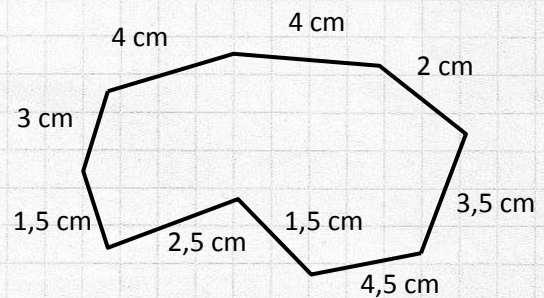
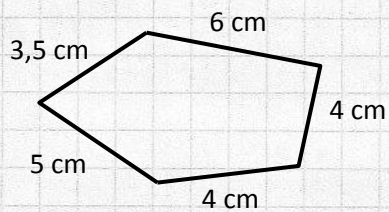


$$\text{Perímetro} = 5 \text{ cm} + 6 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 4 \text{ cm} + 6 \text{ cm}$$

$$\text{Perímetro} = 25 \text{ cm}$$

EJERCICIO

Calcular el perímetro de las siguientes figuras.



EJERCICIOS ADICIONALES

- 1) Los siguientes valores corresponden a la suma de los ángulos interiores de polígonos regulares. Indicar para cada uno de los valores a qué polígono corresponde.

- a) 2700°
- b) 2340°
- c) 2880°
- d) 1620°

- 2) Colocar una cruz en la siguiente tabla para indicar el nombre del polígono correspondiente. Completar los espacios en blanco con la figura y el nombre del polígono que corresponda.

						
Rombo						
Triángulo						
Heptágono						
Pentágono						
Decágono						

- 3) Dibujar un dodecágono regular cuyos lados midan 2 cm.



POLÍGONOS Y ÁNGULOS

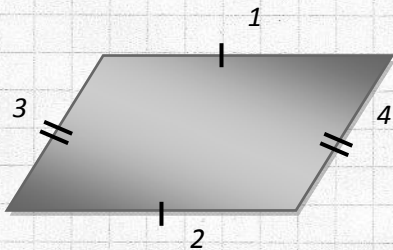
CUADRILÁTEROS. CLASIFICACIÓN DE LOS CUADRILÁTEROS.

Los cuadriláteros son polígonos de cuatro lados.

Los cuadriláteros se clasifican según sus lados opuestos.

PARALELOGRAMO

Si los **2 pares de lados opuestos** de un cuadrilátero son **paralelos**, entonces lo llamamos **paralelogramo**.



La figura que vemos aquí tiene dos pares de lados iguales, es decir, el lado 1 es igual al lado 2 y el lado 3 es igual al lado 4. Además, cada uno de estos pares son pares paralelos. El lado 1 es paralelo con el lado 2 y el lado 3 es paralelo con el lado 4.

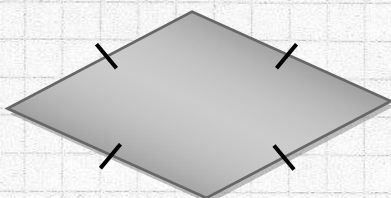
Dato: en todo paralelogramo los ángulos opuestos son iguales.

Dentro de esta clasificación podemos distinguir a los paralelogramos que tienen **4 ángulos rectos**. A estos paralelogramos los llamamos **rectángulos**.



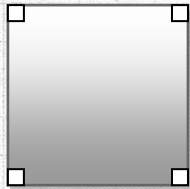
Este paralelogramo tiene dos pares de lados paralelos y además tiene 4 ángulos interiores rectos, por lo tanto lo llamamos paralelogramo rectángulo. Aunque muchas veces, solo lo llamamos rectángulo.

En el caso que el paralelogramo no tenga los 4 ángulos interiores iguales, pero tenga los **4 lados iguales**, entonces, en este caso lo llamamos **rombo**.



Este paralelogramo tiene los cuatro lados iguales y no tiene ningún ángulo interior igual a 90°, entonces lo llamamos rombo.

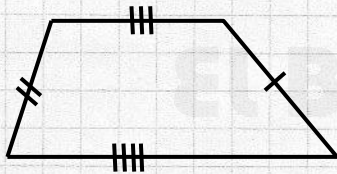
Finalmente, dentro de los paralelogramos, llegamos a la figura que tiene los **4 lados iguales** y **4 ángulos interiores rectos**. Cuando la figura reúne estas características la llamamos **cuadrado**.



Este paralelogramo tiene los cuatro lados iguales y sus 4 ángulos interiores son iguales a 90° , entonces lo llamamos cuadrado.

TRAPECIOS

Si el cuadrilátero solo tiene un 1 par de lados paralelos, entonces lo llamamos **trapecio**.



*Este cuadrilátero solo tiene dos lados paralelos y además tiene sus cuatro lados distintos, por lo tanto es un **trapecio**.*

Cuando encontramos un cuadrilátero que tiene solo dos lados paralelos y además tiene dos lados iguales, entonces lo llamamos **trapecio isósceles**.



*Este trapecio, al tener dos lados iguales (de la misma longitud), se llama **trapecio isósceles**. En la figura los lados 1 y 2 son iguales.*

Cuando el trapecio tiene un ángulo recto, lo llamamos **trapecio rectángulo**.

